

ОТОСИТЕЛНО РАВНОВЕСИЕ НА ТЕЧНОСТИ ВЪВ ВЪРТЯЩ СЕ СЪД

Под относително равновесие в хидравликата се разбира липсата на преместване на частиците на течността **относително** една спрямо друга и стената на съда при движение на частиците на течността в пространството.

Разглежда се случай на относително равновесие на течност в съд, въртящ се в кръг около вертикалната ос с постоянна ъглова скорост ω . В този случай **освен разглежданите по-рано** сили на налягането, действащо на свободната повърхност и теглото на частиците в обема на течността, действа и още една масова сила – Центробежната $F_{ц}$.

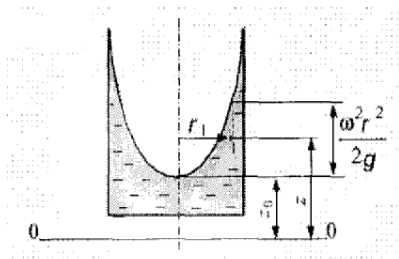


Схема 5.1

В резултат от действието на тези сили свободната повърхност на течността представлява ротационен параболоид (въртяща повърхност). Решава се диференциалното уравнение на налягането

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Центробежната сила $F_{ц}$ действа в посока от оста на въртене по радиуса към стената на съда. Появата на силата $F_{ц}$ предизвиква изменение на формата на свободната повърхност във форма на ротационен параболоид, и при отчитане на действието на силата на тежестта и центробежната сила, след преобразувания се получава уравнението на изобарната повърхност.

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \text{ уравнение на ротационен параболоид} \quad (5.1)$$

Където

z – разстояние от кота нула до разглеждана точка на свободната повърхност на течността, т.е. координатна точка на ос Z , м

z_0 – разстоянието от кота нула до върха на параболоида, м.

ω – ъглова скорост, rad/S

r – радиуса на въртене на точките на вертикалната ос z , М

Абсолютното налягане във всяка точка от течността:

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + \rho g(z_0 - z)$$

Където :

p_0 – налягане на свободната повърхност на течността, [Pa]

$\rho \frac{\omega^2 r^2}{2}$ - налягане, получено в резултат от действието на центробежната сила $F_{ц}$, [Pa]

$\rho g(z_0 - z)$ - налягане получено в резултат от действието на силата на тежестта [Pa].

Цел на работата:

1. Определяне честотата на въртене на въртящия се съд, n
2. Построяване на свободната повърхност на течността опитно и по изчислителен път.
3. Построяване на диаграми на свърхналягането на дъното на съда.

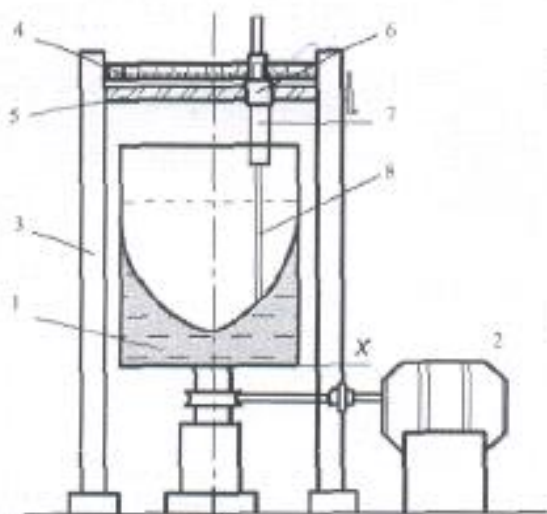
Построяване на диаграми за налягането, при което дъното на съда ще се скъса

Последователност на работа:

Съд с течност 1 (фиг. 5.2) се завърта от електродвигател 2 посредством червячна предавка. На стойката 3 са закрепени задвижващия винт 5 заедно с хоризонталната скала 4. На винт 5 е монтиран плъзгач 6 с вертикална подвижна скала 7, която в най-долната си част представлява иглата 8. По този начин иглата 8 може да се премества едновременно по хоризонталната ос X и вертикалната ос Z .

Преди началото на опита е необходимо да се установи позицията на оста на въртене и кота нула (равнината за сравнение). Положението на оста на въртене се определя с помощта на хоризонталната скала 4. За това е необходимо да се премести плъзгача 6 наляво, така че върхът на иглата 8 да докосва вътрешния ръб на съда 1 и да се запише в табл. 5.1 показанието x' на хоризонталната скала 4. След това плъзгачът се премества надясно, така че върхът на иглата 8 да докосва диаметрално разположен горен вътрешен ръб на съда 1 и се записва показанието x'' . Позицията на оста на въртене се определя от разсоянието x_0 от началото на измерването.

$$x_0 = \frac{x' + x''}{2}$$



Фиг. 5.2. Схема на лабораторен стенд

Радиусът на съда се определя по формулата:

$$r = \frac{x' - x''}{2}$$

Позицията на кота нула (сравнителната равнина) се определя с вертикалната скала. Приборът е направен така, че кота нула съвпада с дъното на съда, на който съответства показанието на нониуса на вертикалната скала, равна на нула. Премества се плъзгача на разсояние x_0 от началото на измерването, така че върхът на плъзгача да застане на оста на въртене, включва се двигателя. Когато се установи относително равновесие на течността може да се започне лабораторната работа. За да се определи разстоянието z_0 , трябва да се премеси

вертикалната скала така, че върхът на иглата да опира до върха на параболоида и по нониуса да се измери стойността на z_0 . Зададат се няколко стойности на радиуса на въртене (8 – 10 стойности). След това плъзгачът се измества последователно от началото на измерването на разстояние, съответстващо на радиус r_1, r_2 и т.н. и докосването на върха на иглата до свободната повърхност се определя по нониуса z_1, z_2 и т.н. Данните от измерванията са записани в таблица 5.2. След като знаем за всеки опит r и z с помощта на уравнение 5.1. се определя ъгловата скорост ω . По този начин ще се получат няколко стойности на ъгловата скорост ω , от които ще се получи средната

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_i}{i}$$

Честота на въртене на съда:

$$n = \frac{\omega_{cp} \cdot 60}{2\pi} = \frac{\omega_{cp} \cdot 30}{\pi} \quad (5.3)$$

След това се построява профил на повърхността по данните от измерванията, т.е. по стойностите на z и r . След което се прави профил на повърхността според изчислителния, който се определя от новите коригирани координати, както и от стойността на радиуса на дадена точка. Резултатите от измерванията се записват в таблица 5.2. и се нанасят в графиката за профила на повърхността. Всички построения се изпълняват в мащаб на милиметрова хартия в СИ система.

За определяне на хидростатичното налягане, при което дъното на съда ще избие и построяване на диаграма на налягането се изчислява налягането от силата на тежестта и центробежните сили. Ако съдът е открит и дъното му съвпада кота нула налягането, при което дъното ще избие се определя по формула 5.4.

$$P_{изб.} = \rho \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} + \rho g z_0 \quad (5.4)$$

Стойността на налягането се изчислява за всяка стойност на r . Данните от изчисленията се нанасят в таблица 5.2. За построяване на диаграма на свръхналягането по вертикална ос се определя P избиващо във вид на вектора сила, насочена по нормала в точка на повърхността на дъното на съда. Координатната точка се измерва по хоризонталната ос и съответства на стойността на съответстващия радиус. Краищата на векторите (стрелките) се съединяват в плавна линия.

Таблица 5.1

x'	x''	x_0	z_0

Таблица 5.2

N точки	единица	1	2	3	i
r						
z_0						
ω						
ω_{cp}						
n						
$\gamma \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2g}$						
$\gamma \cdot z_0$						

Ризб.						
-------	--	--	--	--	--	--

Ред на изпълнение на виртуалната лабораторна работа.

За началото на работата трябва да се включи електродвигателя и да се установят желаните обороти. Регулирането на въртенето става посредством пулт. При натиснат триъгълен бутон надясно, оборотите се увеличават, а при натиснат бутон наляво, се намаляват. При натискане на квадратният бутон фиксираме желаната стойност на оборотите. Ако средният бутон свети червено, значи оборотите са постоянни и ще запазят текущата си стойност.

Измерването на радиуса на въртене и нивото на течността в съда става чрез хоризонтална и вертикална измерителна скала. Вертикалната скала се премества с помощта на лявото копче на мишката или стрелките на клавиатурата.

Размерността на едно деление на вертикалната измерителна скала – х 2 см. Това означава, че общата ѝ дължина е $9 \times 2 = 18$ см. Съответно дължината на хоризонталната скала е $11 \times 2 = 22$ см. Кота нула съвпада с дъното на съда. В процеса на работа може да се увеличи мащаба на екрана и да се премества с ляв бутон на мишката, като с десен бутон на мишката трябва да се избере съответното меню "Zoom in". Връщането обратно става със команда „Show All”

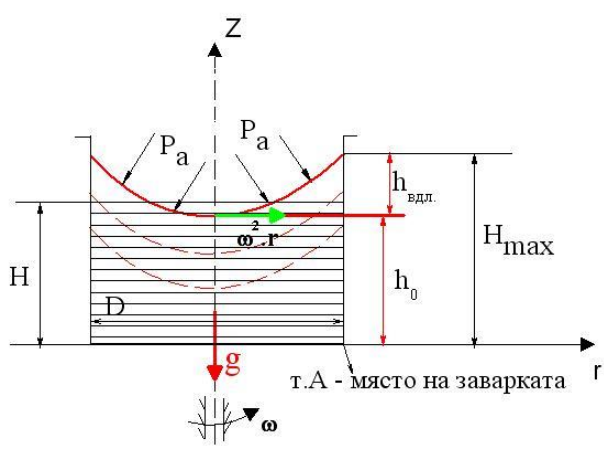
Цилиндричен съд е запълнен с меласа с относителна плътност $\bar{\rho} = 1,4$ и се върти равномерно около вертикална ос OZ с $\omega = 8,4 \text{ s}^{-1}$. Началното ниво на меласата в съда е $H = 1,5$ m. Диаметърът на съда е $D = 1,2$ m.

Да се определи:

1. Формата на свободната изобарна повърхнина при въртене.
2. Най-дълбоката точка на вдлъбване $h_{\text{вдлб.}} = ?$
3. Максималната височина на която ще се издигне меласата $H_{\text{max.}} = ?$
4. Надналягането на дъното в покой $\omega = 0$ и $\omega = 8,4 \text{ s}^{-1}$ $p_{\text{нн.}} = ?$

РЕШЕНИЕ:

Схема на задачата:



формата на свободната повърхнина е ротационен параболик

1. Координатна система gz - от началото на съда

$$2. dp = \rho(Rdr + Zdz)$$

$$r \rightarrow R = \omega^2 \cdot r$$

$$z \rightarrow Z = -g$$

$$dp = \rho(\omega^2 \cdot r dr - g dz)$$

$$dp = 0$$

$$\rho \neq 0$$

$$\omega^2 \cdot r dr - g dz = 0$$

интегриране с точност до константа

$$\frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} - gz = \text{const}$$

$$z = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2g} + \text{const} - \text{уравнение на ротационен параболоид}$$

Начални условия: $r = 0 \Rightarrow p = p_0 \rightarrow z = h_0 = \text{const}$

$$z = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

при крайни условия: $r = \frac{D}{2}$, $z = H_{\text{max}}$

$$z = H_{\text{max}} = h_0 + \frac{\omega^2 \left(\frac{D}{2}\right)^2}{2g}$$

$$h_{\text{вдл.}} = H_{\text{max}} - h_0 = \frac{\omega^2 \cdot D^2}{8g}$$

$$h_{\text{вд}} = \frac{8,4^2 \cdot 1,2^2}{8,9,81} = 1,29 \text{m}$$

W - обем $W_{\text{нач}} = W_{\text{кр}}$

$$W_{\text{нач.}} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H - \text{начален обем без въртене}$$

$$W_{\text{кр.}} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H_{\text{max}} - \frac{1}{2} \frac{\pi D^2}{4} h_{\text{вдл.}} - \text{обем на цилиндъра с } H_{\text{max}} \text{ минус обема на кухата част}$$

$$H_{\max} = H + \frac{1}{2} h_{\text{вдл}}$$

$$H_{\max} = 1,5 + \frac{1}{2} \cdot 1,29 = H_{\max} = 2,15 \text{ m}$$

$$h_{\text{вдл}} = 1,29 \text{ m}; \quad H_{\max} = 2,15 \text{ m}$$

$$h_0 = H_{\max} - h_{\text{вдл}} = 2,15 - 1,29 = 0,86 \text{ m}$$

$$dp = \rho(Rdr + Zdz)$$

$$dp = \rho(\omega^2 \cdot r dr - g dz)$$

$$p = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g z + \text{const}$$

const се определя от началните условия : $z=h_0$; $r=0$; $p=p_0=p_a$

$$\text{const} = p_0 + \rho g h_0$$

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + \rho g (h_0 - z)$$

$$p_{\text{HH}} = \rho \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} + \gamma \cdot h$$

$$p_{\text{HH}} = \gamma \cdot H - \text{при } \omega = 0$$

$$p_{\text{HH}} = \rho \cdot g \cdot H = 20601 \text{ Pa}$$

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_{\text{фл}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \rightarrow \rho_{\text{фл}} = \bar{\rho} \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}}$$

в точка А (мястото на заварка) $Z=H_{\max}$; $r = R$

$$p_{\text{HH}} = p_a - p_0 = \rho \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_{\max} = 47309,2 \text{ Pa} \quad 0,47 \text{ atm}; 0,47 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$